



**НАЦИОНАЛЬНЫЙ
РАСЧЕТНЫЙ
ДЕПОЗИТАРИЙ**
ГРУППА МОСКОВСКАЯ БИРЖА

**Приложение
к приказу НКО АО НРД
от «19» апреля 2019 года № 67**

**«СОГЛАСОВАНО»
Экспертным Советом
Ценового центра НКО АО НРД
(протокол №20 от «02» апреля 2019 года)**

Методика определения стоимости облигаций с плавающей структурой платежей

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Активный рынок – рынок, на котором сделки с данной облигацией заключаются с достаточной частотой и в достаточном объеме, чтобы обеспечить информацию о ценах на регулярной основе. В данной методике под показателем активности рынка принимается наличие достоверных сделок в течение последнего торгового дня, а также наличие более K_{min} достоверных сделок за последние 250 торговых дней.

Биржевые сделки – сделки, заключенные на Московской Бирже в режиме основных торгов, а также в режиме переговорных сделок (РПС).

Достоверные сделки – сделки, удовлетворяющие критерию достоверности, описанному в главе 3 настоящей Методики.

Индикатор – процентная ставка, индекс или контракт, цена или значение которых формируются провайдером или торговой площадкой по результатам сделок, фиксинга или консенсусного опроса и публикуются в открытом доступе или доступны по подписке.

Котировки – ценовые данные, значения индикаторов, полученные с централизованных торговых площадок (в том числе, с Московской Биржи) или через операторов, а также в по результатам фиксинга.

Облигация с плавающей структурой платежей – облигация с не определенным на дату расчета структурой платежей, выплаты купонного дохода, амортизационные выплаты или индексация номинала по которой привязаны к рыночному индикатору, и на каждую дату выплаты дохода или возврата долга определяются по формуле или правилам, зафиксированным в эмиссионных документах или раскрываемым эмитентом. При этом правила, зафиксированные в эмиссионных документах или раскрытые эмитентом, предполагают возможность описания выплаты через математическую формулу.

Облигация с простой структурой платежей – облигация, для которой на момент размещения известны все будущие выплаты (в том числе, купоны и амортизационные выплаты) до плановой даты погашения или до ближайшей оферты.

Основной рынок – рынок с наибольшим объемом торгов и уровнем активности для данной облигации. Для рублевых облигаций с плавающей структурой платежей, если в Приложении 1 не указано иное, основным рынком является биржевой – Московская биржа.

Плановый поток платежей – прогнозируемый поток будущих платежей по облигации с плавающим потоком платежей, рассчитанный в соответствии с правилами, описанными в эмиссионных документах, и implied кривой ожиданий по соответствующему индикатору.

Рыночные данные – данные (цены, объемы и т.д.) фактически совершенных сделок, котировки.

Справедливая стоимость – ожидаемая цена, которая могла бы быть получена при совершении сделки купли-продажи по облигации на дату оценки в ходе совершения обычной сделки между хорошо осведомленными и независимыми друг от друга участниками рынка. В настоящей методике также используется в значении теоретической справедливой стоимости (ТСС).

G-curve – индикатор, кривая бескупонной доходности ОФЗ, публикуемая на ежедневной основе Московской биржей¹.

Implied кривая ожиданий - кривая ожиданий значений индикатора для срочностей и сроков, превосходящих публикуемые провайдером или торговой площадкой. Рассчитывается из доступных рыночных данных по суверенным облигациям с плавающей структурой платежей, привязанным к данному индикатору.

¹ На момент согласования настоящей Методики кривая бескупонной доходности ОФЗ публикуется Московской биржей на <https://www.moex.com/ru/marketdata/indices/state/g-curve/>

1. Общие положения

- 1.1 Настоящая методика устанавливает способ определения справедливой стоимости облигаций с плавающей структурой платежей. Методика может применяться для определения цены в целях переоценки портфелей участников рынка и их клиентов, финансовой отчетности, оценки стоимости обеспечения по сделкам (в том числе, по сделкам РЕПО и РЕПО на корзину ценных бумаг).
- 1.2 Настоящая Методика предназначена для оценки рублевых облигаций с плавающей структурой платежей, обращающихся на централизованных площадках, эмитент или выпуск которых имеют международные кредитные рейтинги. Методика является дополнением к основной Методике оценки рублевых облигаций² и ограничено применима к выпускам в других валютах или не обращающихся на Московской бирже.
- 1.3 Методика основана на принципах, изложенных в Международном стандарте финансовой отчетности МСФО (IFRS) 13, и использует трехуровневую иерархию методов оценки справедливой стоимости в соответствии с уровнями исходных данных. При наличии рыночных данных, приоритет отдается наблюдаемым ценам биржевых сделок. В случае отсутствия активного рынка и достоверных сделок в течение дня, но наличии достаточной статистики за последний торговый год, оценка доходности облигации производится на основе модели дисконтирования денежных потоков с учетом наблюдаемых на рынке кредитных спредов. При отсутствии статистики по достоверным сделкам за последний торговый год, используется модель факторного разложения цены.
- 1.4 Рассчитанная в соответствии с настоящей Методикой стоимость облигаций с плавающей структурой платежей призвана с определенным уровнем достоверности определить справедливую стоимость на определенную дату. Интервал допустимых значений справедливой стоимости призван с 90% вероятностью определить границы достоверности оценки справедливой стоимости. Определение стоимости облигации производится без учета влияния на нее объема совершаемой контрагентами сделки и может приниматься как стоимость сделки характерного для данной облигации объема. Методика может в недостаточной мере учитывать волатильность конкретной облигации относительно рынка российских облигаций в целом, а также кредитный риск конкретной облигации по сравнению с кредитным риском других выпусков данного эмитента, при отсутствии достоверных сделок по данному выпуску.
- 1.5 Термины и определения, не установленные в Методике, применяются в значениях, установленных внутренними документами НКО АО НРД, документами, регламентирующими порядок проведения торгов и расчета информационных показателей в ПАО Московская биржа, а также нормативными правовыми актами Банка России, законами и иными нормативными правовыми актами Российской Федерации.
- 1.6 Настоящая Методика, а также все изменения и дополнения в нее утверждаются Председателем Правления НКО АО НРД при согласовании с Экспертным Советом и вступают в силу с даты, определяемой решением Председателя Правления НКО АО НРД.

² Методика оценки рублевых облигаций размещена на <https://nsddata.ru/ru/documents> в разделе Ценовой центр НРД, Методики и иные документы.

2. Порядок определения стоимости облигаций с плавающей структурой платежей

- 2.1 Определение справедливой стоимости $P_i(t)$ для i -ого выпуска облигаций с плавающей структурой платежей на время t , а также интервала допустимых значений справедливой стоимости $[D_i(t); U_i(t)]$ основывается на применении каскада из трех методов, в соответствии с уровнем исходных данных:
- метод рыночных цен;
 - метод дисконтированного денежного потока;
 - метод факторного разложения цены.
- 2.2 Первый уровень оценки использует рыночный подход, второй и третий уровень используют доходный подход. Выбор одного из трех методов расчета справедливой стоимости определяется доступностью и степенью достоверности рыночных данных. На первом уровне используется информация по биржевым сделкам по данному выпуску облигаций, на втором уровне используются рыночные данные (включая котировки) по данному выпуску облигаций и по соответствующему индикатору, а также рыночные данные по суверенным облигациям, привязанным к данному индикатору, на третьем уровне используются фундаментальные факторы кредитного риска и риска ликвидности, рассчитанные на основании данных по российскому рынку облигаций и соответствующему выпуску.
- 2.3 Первый уровень оценки – метод рыночных цен – применим, если в течение дня были совершены достоверные биржевые сделки с данной облигацией, по которым возможен расчет справедливой рыночной цены. В этом случае справедливая стоимость облигации определяется как медиана цен достоверных сделок, взвешенная по объемам.
- 2.4 Второй уровень оценки – метод дисконтированного денежного потока – применим при отсутствии достоверных сделок по облигации в течение торгового дня, но если в течение последних 14 дней такие сделки наблюдались, либо существуют ликвидные выпуски данного эмитента с простой структурой денежных потоков, через которые возможно определить кредитный спред эмитента. В таком случае цена данного выпуска определяется через метод дисконтирования будущих денежных потоков, с учетом планового потока платежей и значения кредитного спреда.
- 2.5 Третий уровень оценки – метод факторного разложения цены – применяется в случае, если невозможен расчет цены по методу рыночных цен и методу экстраполяции индексов. При этом доходность данного выпуска облигаций определяется как сумма базовой процентной ставки, премии за кредитный риск и премии за ликвидность, а также ряда дополнительных факторов, характеризующих поведение отрасли и российского долгового рынка в целом. Цена данного выпуска определяется через метод дисконтирования будущих денежных потоков, с учетом планового потока платежей.
- 2.6 Настоящая методика является дополнением к Методике оценки рублевых облигаций и Методике оценки еврооблигаций Правительства РФ и использует соответствующую терминологию, а также может ссылаться на вышестоящие Методики в части деталей расчетов.
- 2.7 Управляющими параметрами методики являются (значения управляющих параметров устанавливаются Методической рабочей группой и фиксируются в Приложении 1 к настоящей Методике):

- a) Список индикаторов, по которым поддерживается расчет implied кривой ожиданий в соответствии с настоящей методикой
- b) Соответствие между индикаторами, указанными в эмиссионных документах, и $indicator(T)$, используемыми для расчета прогнозных значений будущих выплат, а также суверенными облигациями, используемыми для расчета implied кривой ожиданий по индикатору
- c) Список основных рынков, отличных от Московской биржи (при наличии)
- d) K_{min} – минимальное количество сделок за последний торговый год для признания рынка активным

3. Метод рыночных цен

3.1 Метод рыночных цен предназначен для определения справедливой цены облигации с плавающей структурой платежей в случае, когда в течение дня с облигацией совершены 1 или более сделок, признанных достоверными. Если в течение торгового дня на основном рынке были зафиксированы достоверные сделки, то справедливая рыночная цена облигации рассчитывается как медиана цен таких сделок, взвешенная по объемам.

3.2 Достоверными признаются сделки, предполагающие присутствие объекта на рынке на протяжении некоторого времени до времени оценки и не являющиеся вынужденными (например, принудительная ликвидация или вынужденная продажа), что с точки зрения наблюдаемых величин соответствует значительной нерыночности цены. Если Методической рабочей группой не согласовано иное, в качестве индикатора достаточного срока принимается наличие минимум K_{min} сделок за последний торговый год. Также справедливая стоимость, рассчитанная по методу рыночных цен, соответствует ожидаемой цене по сделке характерного для данной облигации объема и не учитывает влияние объема, например, значительно превышающего средний дневной объем торгов. Оценка достоверности сделок по наблюдаемым данным – ценам и объемам сделок – описана в пункте 3.4 настоящей Методики.

3.3 На момент написания методики основным рынком для рублевых рейтингованных облигаций с простым купоном является Московская биржа. Для расчета справедливой стоимости принимаются во внимание как сделки заключенные в режиме основных торгов, так и в режиме переговорных сделок.

3.4 Сделка признается достоверной, если достоверность $q = 1$ и недостоверной, если достоверность $q = 0$. Достоверность сделки определяется следующим образом:

3.4.1 Если сделка, заключенная с облигацией в течение торгового дня, по объему V превышает 99% квантиль распределения объемов за 1 торговый год (250 торговых дней), достоверность такой сделки $q = 0$.

3.4.2 Если в течение торгового дня на рынке заключено 2 и более сделки с данным выпуском облигаций с различной ценой, по которым $q \neq 0$ в соответствии с пунктом 3.4.1, то по всем таким сделкам рассчитывается показатель достоверности:

$$F_H = \frac{\Delta_H}{\ln(V)},$$

где V – объем заключенных сделок, $\Delta_H = (Q_{97,5} - Q_{2,5})$ – разница между 97,5% и 2,5% взвешенными по объемам квантилями цен сделок, заключенных за день.

Если показатель F_H превышает годовой 95% квантиль соответствующего распределения, из дневного распределения цен сделок поочередно исключаются краевые сделки. Исключение происходит последовательно таким образом, чтобы в первую очередь исключалась сделка, наиболее сильно уменьшающая показатель F_H . Последовательное исключение происходит до тех пор, пока значение показателя F_H не попадет в 90% годовой квантиль или пока количество сделок с различной ценой в рассматриваемом распределении не станет меньше 2. Для исключенных сделок достоверность $q = 0$.

Если показатель F_H попадает в 95% годовой квантиль соответствующего распределения, все сделки, участвовавшие в расчете показателя, признаются достоверными и показатель достоверности по ним $q = 1$.

Если в результате последовательного исключения сделок из распределения осталась только 1 сделка (или несколько сделок с одинаковой ценой), по которой $q \neq [0;1]$, показатель достоверности по такой сделке определяется в соответствии с пунктом 3.4.3.

- 3.4.3 Если в течение торгового дня на рынке заключена только 1 сделка (или несколько сделок с одной ценой) с облигацией, по которой $q \neq 0$ в соответствии с пунктом 3.4.1, однако в течение 7 предшествовавших дней были дни, в которые заключено более 1 сделки, признанной достоверной в соответствии с пунктом 3.4.2, то для сделки рассчитывается показатель:

$$F_S = \frac{\Delta_S}{\ln(V)},$$

где $\Delta_S = |px(t) - P_H(t_{last})|$ – изменение цены, сделки относительно последней достоверной цены, рассчитанной более чем по 1 сделке, $px(t)$ – наблюдаемая рыночная цена.

Если показатель F_S попадает в 90% годовой квантиль соответствующего распределения, все сделки, участвовавшие в расчете показателя, признаются достоверными и показатель достоверности по ним $q = 1$.

- 3.4.4 В расчете справедливой стоимости по методу рыночных цен участвуют данные по всем сделкам, по которым $q = 1$ в соответствии с пунктами 3.4.2 и 3.4.3.

- 3.5 Справедливая цена облигации с плавающей структурой платежей по методу рыночных цен рассчитывается как:

$$P_1(t) = Q_{50}(px_i),$$

где px_i – цены достоверных сделок с данной облигацией, наблюдавшиеся в дату оценки, Q_{50} – средневзвешенная медиана, соответствующая 50% взвешенному по объемам квантилю распределения цен сделок.

- 3.6 Коридор достоверности цены определяется как:

$$[D_1(t); U_1(t)] = [Q_{2,5}(px_i); Q_{97,5}(px_i)]$$

где $Q_{97,5}(F)$ – 97,5% годовой квантиль распределения показателей достоверности F_H и F_S .

4. Прогнозирование планового потока платежей

- 4.1 Прогнозирование планового потока платежей по облигациям с плавающей структурой платежей производится на основе implied кривых ожиданий для индикаторов, к которым привязана плавающая структура платежей данной облигации в соответствии с эмиссионными документами.
- 4.2 Если i -ая выплата CF_i (в соответствии с правилами, описанными в эмиссионных документах) может быть выражена через индикатор:
$$CF_i = f(\text{indicator}(T)),$$
где $f(\text{indicator}(T))$ – некая функция от значения индикатора на дату T , то задача определения будущей выплаты сводится к задаче определения ожидания по значению индикатора на дату T .
- 4.3 Список соответствия между индикаторами, указанными в эмиссионных документах, и $\text{indicator}(T)$, используемыми для расчета прогнозных значений будущих выплат, приведен в Приложении 1 к настоящей методике и определяется Методической рабочей группой.
- 4.4 Для прогнозирования значений индикаторов на срочности, превосходящие напрямую доступные на рынке, настоящая методика предлагает использование implied кривых ожиданий. Для расчета implied кривых ожиданий используются рыночные данные по суверенным облигациям, в соответствии с Приложением 1.
- 4.5 Общая методика построения вмененных кривых по модифицированной модели Смита-Уилсона описана в Приложении 4 к Методике определения стоимости рублевых облигаций. Однако в настоящей методике вводятся некоторые модификации, призванные оптимизировать кривую для работы с заранее неизвестными структурами платежей. Модификация модели описана в Приложении 2 к настоящей методике.
- 4.6 Для определения планового потока платежей производятся вычисления в соответствии с п. 4.2-4.5 настоящей методики для каждой выплаты CF_i по оцениваемой облигации на дату оценки.

5. Метод дисконтированного денежного потока

- 5.1 Метод применяется для оценки стоимости облигаций с плавающей структурой платежей, если в дату оценки не были совершены достоверные биржевые сделки с данным выпуском облигаций и невозможен расчет справедливой стоимости по методу рыночных цен. Метод дисконтированного денежного потока может применяться к оценке облигаций с плавающей структурой платежей после определения планового потока платежей в соответствии с главой 4 настоящей методики.
- 5.2 В качестве базовой кривой бескупонной доходности используется кривая бескупонной доходности, публикуемая Московской Биржей.
- 5.3 Цена облигации по методу дисконтированного денежного потока рассчитывается как:
$$P_2(t) = \sum \frac{CF_i}{(1 + r_t + Z)^{T_i}} - AI,$$
где r_t – ставка бескупонной доходности, соответствующая плановой дате платежа, CF_i – все ожидаемые платежи по облигации, известные на дату оценки и рассчитанные в соответствии с Главой 4, Z – z-спред облигации к кривой бескупонной доходности, AI – накопленный купонный доход по облигации.
- 5.4 Z-спред определяется следующим образом:

- 5.4.1 В случае, если в течение последних 10 рабочих дней наблюдались достоверные сделки с данной облигацией, используется последний наблюдавшийся z-спред;
- 5.4.2 В случае, если в течение последних 10 рабочих дней не было достоверных сделок с данной облигацией, однако у данного эмитента есть ликвидные выпуски с простой структурой денежных потоков, используется средний z-спред таких выпусков. При этом для определения среднего z-спреда предлагается использовать только те выпуски, дата погашения которых отличается от даты погашения оцениваемого выпуска не более чем на 2 года. В целях настоящей оценки под ликвидными понимаются такие выпуски, для которых на дату оценки определена цена по методу фактических цен Методики определения стоимости рублевых облигаций.
- 5.5 Для целей оценки коридора достоверности цены по методу дисконтированного денежного потока рассчитываются Z_d и Z_u – верхняя и нижняя границы достоверности z-спреда. Значение границ достоверности z-спреда определяется как решение уравнения 5.3 на дату фиксации z-спреда для двух цен облигации, равных нижней и верхней границам коридора справедливых цен по методу рыночных цен для случая 5.4.1 и по методу фактических цен для случая 5.4.2.
- 5.6 Коридор достоверности цены по методу экстраполяции индексов определяется как:

$$[D_2(t); U_2(t)] = [P_2(t; Z_d); P_2(t; Z_u)].$$

6. Метод факторного разложения цены

- 6.1 Метод факторного разложения цены применяется, когда невозможен расчет стоимости облигации с плавающей структурой платежей по методу рыночных цен и методу дисконтированного денежного потока – то есть в случае, если по данному выпуску облигаций не было достоверных сделок в течение 10 рабочих дней и у эмитента выпуска нет ликвидных облигаций с фиксированной структурой платежей и близкой датой погашения.
- 6.2 Оценка производится в соответствии с Главой 6 Методики определения стоимости рублевых облигаций с учетом следующего допущения – для оценки z-спреда облигаций с плавающей структурой платежей используются регрессионные коэффициенты, полученные в рамках проведения расчета по Методике определения стоимости рублевых облигаций. Данное допущение применяется, поскольку рынок облигаций с плавающей структурой платежей в целом недостаточно ликвиден и активен, чтобы провести независимую оценку коэффициентов регрессии.
- 6.3 В качестве безрисковой ставки используется значение G-curve на соответствующую срочность.

Приложение 1

Значение управляющих параметров методики

CPI – индикатор, индекс потребительских цен на товары и услуги РФ, публикуемый Федеральной службой государственной статистики.³

ROISFIX – индикатор, фиксинг OIS на RUONIA.⁴

- а) Индикаторы, по которым поддерживается расчет implied кривой ожиданий:
- CPI
 - RUONIA (ROISFIX)
- б) Соответствие между индикаторами, указанными в эмиссионных документах, и *indicator(T)*, используемыми для расчета планового потока платежей, а также суверенными облигациями, используемыми для расчета implied кривой ожиданий по индикатору:

Указаны в эмиссионных документах	Indicator (t)	Суверенные облигации
RUONIA, ROISFIX, OIS	RUONIA+ROISFIX	ОФЗ-ПК
Доходность ОФЗ	G-curve	ОФЗ-ИН
CPI, инфляция	CPI	

- с) Основные рынки:
- Московская Биржа
- д) K_{min} – минимальное количество сделок за последний торговый год для признания рынка активным – 50.

³ На момент согласования настоящей Методики индекс потребительских цен на товары и услуги публикуется на http://www.gks.ru/free_doc/new_site/prices/bd/bd_1902001.htm

⁴ На момент согласования настоящей Методики результаты фиксинга публикуются на <http://www.roisfix.ru/>

Приложение 2

Оценка implied кривых ожиданий по модели Смита-Уилсона: дополнение для ОФЗ-ПК (RUONIA) и ОФЗ-ИН (CPI)

База расчета — список государственных облигаций, привязанных к средней RUONIA, используемых для расчета кривой доходности.

Конвенция расчета дней – АСТ/АСТ.

Текущий момент времени в долях года – s

Процентная ставка – $r_s(t)$

Коэффициент дисконтирования в момент времени s на период t :

$$D_s(t) = [1 + r_s(t)]^{-t}$$

Непрерывная процентная ставка:

$$y_s(t) = \frac{-\ln[D_s(t)]}{t}$$

Предельная форвардная ставка, равная долгосрочному прогнозу номинальной ставки, определяется в зависимости от прогнозируемого индикатора (для CPI приравнивается к таргетируемому значению инфляции, на момент написания методики равно 4%; для прогнозов по RUONIA + ROISFIX используется 7,14%, аналогично рублевым облигациям), далее – ω .

Приведенный коэффициент дисконтирования

$$d_s(t) = e^{\omega t} D_s(t)$$

Функция ядра – Z

Параметр скорости сходимости

$$\alpha = 0.05$$

Функция ядра определяется как:

$$Z(u, v) = \alpha \min(u, v) - 0.5(e^{-\alpha|u-v|} - e^{-\alpha(u+v)})$$

Все операции сложения и умножения определены канонически.

Для наблюдаемых выпусков расчет средней цены производится с использованием цен, рассчитанных по 1-му методу (методу рыночных цен) p_i

Для предыдущего торгового дня определяется дневной параметр меры точности выпуска через параметр $\Delta^{prev\ day}$ метода рыночных цен:

$$m^{prev\ day} = \Delta^{prev\ day}$$

На основании полученной в предыдущий момент фиксации цен s_{n-1} меры точности выпуска δ_i для выпуска i новая мера точности выпуска определяется с использованием экспоненциального фильтра с параметром $\theta = 0.95$:

$$\delta^{tod} = \theta * \delta^{prev\ day} + (1 - \theta)\Delta^{prev\ day}$$

Определяется мера точности наблюдаемой цены

$$q_{trades} = \max(\delta^{tod}, \Delta^{tod})$$

$H^i(d)$ – векторная функция, которая определяет в зависимости от значения дисконт-факторов вмененной кривой размер i -ой выплаты.

Внутренними входными переменными являются:

- вектор срочностей \mathbf{t} ,
- предыдущая дата расчета кривой ожиданий s_{n-1} ,
- вектор \mathbf{d}_{n-1} дисконт-факторов в точках \mathbf{t} ,
- ковариационная матрица \mathbf{R}_{n-1} приведенной функции дисконтирования в точках \mathbf{t} .

Постоянными входными параметрами являются $\alpha = 5\%$, ω и параметр сглаживания $\lambda = 1000$

Расчет непараметрической модели:

Используются вектор цен облигаций \mathbf{H}_p и якобиан этого вектора $\partial_d \mathbf{H}_p$

$$\mathbf{H}_p = [H_p^i]$$

Ковариационная матрица ошибок имеет вид $\mathbf{N}_n = \lambda \cdot \text{diag}(\mathbf{q})$

Ковариационная функция шага динамики имеет вид

$$\mathbf{M}_n(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2) = \frac{(s_n - s_{n-1})}{\alpha^2} \cdot \mathbf{Z}(\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2)$$

Согласно непараметрической модели, уравнения шага динамики и измерения приведенной случайной функции дисконтирования $\mathbf{d}_n(\mathbf{t})$ в момент s_n на произвольную дату \mathbf{t} имеют вид⁵

$$\begin{cases} \mathbf{d}_n(\mathbf{t}) = \mathbf{1} + \mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{t}) - \mathbf{d}_{n-1}(s_n) + \mathbf{v}_n(\mathbf{t}) \\ \mathbf{p}_n = \mathbf{H}^p \mathbf{d}_n[\mathbf{u}] + \mathbf{e}_n \end{cases}$$

с начальным условием $\mathbf{d}_0(\mathbf{t}) \equiv \mathbf{1}$, где \mathbf{u} – вектор срочностей будущих выплат по облигации. Случайные переменные имеют распределение

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_n(\mathbf{t}) &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{M}_n(\mathbf{t}, \mathbf{t})) \\ \mathbf{e}_n &\sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{N}_n) \end{aligned}$$

Для расчета шага динамики фильтра Калмана используется интерполяция среднего приведенной функции дисконтирования $\mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{t})$ и ее ковариационной матрицы $\mathbf{R}_{n-1}(\mathbf{t}, \mathbf{t})$ на сетке \mathbf{t} по их дискретной аппроксимации \mathbf{d}_{n-1} и \mathbf{R}_{n-1} соответственно. Рассчитываются следующие значения:

$$\mathbf{d}_{n-1}(s_n), \mathbf{R}_{n-1}(s_n, s_n), \mathbf{R}_{n-1}[\mathbf{t}, s_n], \mathbf{R}_{n-1}[s_n, \mathbf{t}].$$

Шаг динамики состоит в вычислении прогноза вектора коэффициентов дисконтирования \mathbf{d}_{n-0} и матрицы ковариации \mathbf{R}_{n-0} по формулам

⁵ Данные формулы носят теоретический характер, в расчетах не применяются

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_{n-0} &= \mathbf{1} + \mathbf{d}_{n-1} - \mathbf{d}_{n-1}(\mathbf{s}_n) \\ \mathbf{R}_{n-0} &= \mathbf{R}_{n-1} - \mathbf{R}_{n-1}[\mathbf{t}, \mathbf{s}_n] - \mathbf{R}_{n-1}[\mathbf{s}_n, \mathbf{t}] + \mathbf{R}_{n-1}(\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_n) + \mathbf{M}_n[\mathbf{t}, \mathbf{t}] \end{aligned}$$

Аналогично для расчета этапа измерения фильтра Калмана используется интерполяция прогноза среднего приведенной функции дисконтирования $\mathbf{d}_{n-0}(\mathbf{t})$ и ее ковариационной матрицы $\mathbf{R}_{n-0}(\mathbf{t}, \mathbf{t})$ на сетке \mathbf{t} по их дискретной аппроксимации \mathbf{d}_{n-0} и \mathbf{R}_{n-0} соответственно. Рассчитываются следующие значения:

$$\mathbf{d}_{n-0}[\mathbf{u}], \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}], \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}], \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{t}].$$

Этап измерения состоит в вычислении вектора коэффициентов дисконтирования \mathbf{d}_n и матрицы ковариации \mathbf{R}_n по формулам:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_n &= \mathbf{d}_{n-0} + \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}] J_d^*(\hat{\mathbf{p}}) J_d(\hat{\mathbf{p}}) \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}] J_d^*(\hat{\mathbf{p}}) + \mathbf{N}_n^{-1}(\mathbf{p}_n - \mathbf{H}_p(\mathbf{d}_{n-0})) \\ \mathbf{R}_n &= \mathbf{R}_{n-0} + \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}] \partial_d \mathbf{H}_p^* [\partial_d \mathbf{H}_p \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}] \partial_d \mathbf{H}_p^* + \mathbf{N}_n]^{-1} \partial_d \mathbf{H}_p \mathbf{R}_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{t}] \end{aligned}$$

Дополнительно используется следующее приближение: для расчета производных используется только тот участок кривой, который ранее не использовался для расчета уже зафиксированных (вычисленных) купонов (т.е. потоков платежей с более ранней датой выплаты).